

Pony Express Nel selvaggio West, il Pony Express deve recapitare un'importante missiva dalla costa atlantica a quella pacifica, ma la missione è assai pericolosa. Egli vuole fare il possibile per raggiungere la destinazione, evitando di cadere in un'imboscata dei guerrieri indiani. Ha a disposizione diverse vie carovaniere e conosce la probabilità di imboscate in ciascuna. Su ogni via la probabilità di imboscate è indipendente dal senso di percorrenza e dal momento del passaggio.

Formulare il problema e risolverne un esempio con i dati sul file PONY.TXT.

Si vuole conoscere il tragitto più sicuro e la probabilità di sopravvivenza lungo di esso.

Dati. Le città del Far West sono 40. La città di partenza è la n.1, quella di arrivo è la n.40. Le vie carovaniere sono elencate nelle tabelle qui sotto. Ciascuna è caratterizzata da tre numeri interi: gli indici dei due estremi e la probabilità di imboscata (in percentuale).

Estremi	P. di imboscata	Estremi	P. di imboscata
1 8	87	11 29	4
1 27	62	12 20	66
1 29	12	12 23	48
1 39	20	12 32	32
2 4	43	13 38	13
2 10	98	14 33	15
2 27	41	14 34	78
2 28	22	15 16	42
3 5	40	15 21	92
3 12	6	15 25	68
3 17	94	16 37	92
3 26	57	17 18	11
3 29	25	17 30	15
4 10	94	18 22	2
4 14	95	18 26	88
4 37	12	19 27	23
4 38	9	19 28	75
5 9	27	19 33	56
5 25	69	19 40	11
5 33	1	20 30	31
5 39	33	21 24	6
6 12	71	21 38	92
6 31	85	22 28	2
7 9	2	22 29	42
7 22	59	23 34	16
7 26	90	23 35	41
7 32	66	24 30	34
8 15	89	24 37	42
8 23	88	24 39	21
9 11	65	25 33	88
9 17	98	25 36	31
9 21	45	26 27	49
9 22	84	26 38	22
9 23	94	27 28	40
10 21	90	28 33	86
10 32	26	28 36	26
10 37	56	29 37	92
11 19	40	36 38	17
11 22	23	38 39	61
11 27	79	38 40	12

Soluzione Il problema richiede di trovare un cammino in un grafo non orientato. Ad ogni lato del grafo è associato un peso che indica la probabilità di imboscata. Il complemento a uno di tale valore è la probabilità di sopravvivenza su tale lato. La probabilità di sopravvivenza su un intero cammino è data dal prodotto delle probabilità di sopravvivenza su ogni lato del cammino. Poiché le probabilità sono sempre comprese tra 0 e 1, man mano che un cammino si allunga la probabilità di sopravvivenza su di esso è non-crescente.

Nel leggere i dati di ingresso bisogna: a) dividere i pesi dei lati per 100, poichè sono dati in percentuale; b) memorizzare come peso di ogni lato il complemento a uno del peso dato, poichè interessa di ciascuno la probabilità di sopravvivenza, non quella di imboscata; c) rendere asimmetrico il grafo, memorizzando due archi per ogni lato.

Per la soluzione del problema si può adattare l'algoritmo di Dijkstra per il calcolo del cammino di minimo costo. L'etichetta associata ad ogni nodo del grafo rappresenta la massima probabilità di sopravvivenza associata ad un cammino che raggiunge quel nodo. Tutte le etichette devono essere inizializzate a 0, tranne quella del nodo di partenza, inizializzata a 1.

Ad ogni iterazione viene chiuso il nodo con etichetta massima.

L'etichetta di un nodo i viene confrontata con il prodotto tra l'etichetta dell'ultimo nodo chiuso e la probabilità di sopravvivenza associata all'arco che collega l'ultimo nodo chiuso con il nodo i . Se tale valore è maggiore dell'etichetta corrente del nodo i , essa viene aggiornata.

Il file PONY.IN contiene l'elenco degli spigoli pesati, copiato dal file PONY.TXT. Il file PONY.OUT contiene il cammino ottimo e il suo valore.